Identification des systèmes linéaires : caractérisation des systèmes linéaires, estimation paramétrique à l'aide des méthodes des moindres carrés ordinaires et des moindres carrés récursifs.

1 Caractérisation : test du rapport des déterminants instrumentaux

On a réalisé des expérimentations consistant à exciter des systèmes différents avec un signal aléatoire et à mesurer leurs réponses. Les résultats de ces expérimentation sont stockés dans les fichiers `Qu1_1.sod`, `Qu1_2.sod` et `Qu1_3.sod`. Ils peuvent être importé sous Scilab *via* la commande `load("Qu1_1.sod")`. A l'issue de cette commande les variables Scilab '`u`' et '`y`' contiennent les échantillons de l'entrée et de la sortie expérimentales.

1. Ecrire un script Scilab qui met en œuvre le test du rapport des déterminants instrumentaux. A l'aide de celui-ci, déterminer l'ordre des systèmes impliqués dans les expérimentations des fichiers `Qu1_1.sod`, `Qu1_2.sod` et `Qu1_3.sod`.

2 Estimation paramétrique : méthodes des moindres carrés ordinaires, des moindres carrés récursifs

A l'issue de la caractérisation d'un système continu échantillonné, on a choisi un modèle paramétrique du second ordre :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_0 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2) \ .$$

2.1 Cas stationnaire

On a réalisé une expérimentation consistant à exciter le système avec un SBPA et à mesurer sa réponse. Lors de cette expérimention, le système est stationnaire (la valeur de ses paramètres ne varient pas) et ses paramètres sont : $a_1 = -1.2$, $a_0 = 0.6$, $b_1 = 0.1$ et $b_0 = 0.12$. Le résultat de cette expérimentation est stocké dans le fichier `Qu2_1.sod` qui peut être importé sous Scilab *via* la commande `load("Qu2_1.sod")`. A l'issue de cette commande les variables Scilab '`u`' et '`y`' contiennent les échantillons de l'entrée et de la sortie expérimentales.

1. Ecrire un script Scilab qui permet de construire Y et Φ, et d'en déduire $\widehat{\theta}$ à l'aide de la méthode des moindres carrés ordinaires.

2. Ecrire un script Scilab qui met en œuvre la méthode des moindres carrés récursifs. Notons que l'intérêt de cette dernière méthode est de pouvoir être mise en œuvre "en ligne" (permettant la mise à jour des estimés au fil de l'expérimentation). Pour simuler une mise en œuvre "en ligne", on se contentera ici d'implémenter les formules (2.6) et (2.8) dans notre support pour chaque échantillon des vecteurs '`u`' et '`y`' (c'est-à-dire sous la forme d'une procédure itérative). Utiliser $P_0 = \alpha \mathbf{I}$ avec $\alpha = 200000$ et $\lambda = 1$. Comparer le résultat obtenu avec celui de la méthode des moindres carrés ordinaires. Expérimenter votre script avec différentes valeurs de P_0 (typiquement $\alpha = 0.5$, $\alpha = 100$ et $\alpha = 200000$). Concluez quant à l'influence de α sur la rapidité de convergence de la méthode.

2.2 Cas non stationnaire

On a réalisé une nouvelle expérimentation sur le même système (envoi d'un SBPA et mesure de sa réponse), mais en faisant cette fois varier la valeur des paramètres du système. Plus précisément, les valeurs des paramètres du système ont été lors de l'expérimentation :

- pour les 25 premiers échantillons : $a_1 = -1.2$, $a_0 = 0.6$, $b_1 = 0.1$ et $b_0 = 0.12$;
- pour les 25 derniers échantillons : $a_1 = -1.15$, $a_0 = 0.55$, $b_1 = 0.15$ et $b_0 = 0.1$.

Le résultat de cette expérimentation est stocké dans le fichier `Qu2_2.sod`, qui peut être importé sous Scilab *via* la commande `load("Qu2_2.sod")`. A l'issue de cette commande les variables Scilab '`u`' et '`y`' contiennent les échantillons de l'entrée et de la sortie expérimentales.

1. Utiliser le script précédent qui met en œuvre la méthode des moindres carrés ordinaires pour estimer les paramètres du système. Que pensez-vous de la précision de la méthode dans ce cas de figure ?
2. Utiliser maintenant votre script qui met en œuvre la méthode des moindres carrés récursifs. Utiliser comme coefficient d'oubli $\lambda = 1$, puis $\lambda = 0.5$. Concluez quant à la précision de la méthode, et l'influence de λ sur sa capacité à suivre les instationnarités.