Eléments de syntaxe sous Scilab

`A=[1 2 3 ; 4 5 6]`	*déclare la matrice* $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
`A(1,2)`	*renvoie 2 (élément de la 1ère ligne, 2ième colonne) -> notez que les "indices de tableau" commencent à la valeur 1*
`A(1,:)`	*renvoie la 1ère ligne de* **`A`** *(‘ :’ s’interprète comme ‘tous les indices possibles)*
`A(:,2)`	*renvoie la 2ème colonne de* **`A`**
`A(2,2:3)`	*renvoie le vecteur* $\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}$ *(2ième ligne, indices de col. allant de 2 à 3)*
`A’`	*renvoie la transposée de* **`A`**
`zeros(3,4)`	*renvoie une matrices 3x4 remplie de 0*
`eye(4,4)`	*renvoie la matrice identité de dimension 4x4*

`size(A)`	*renvoie la taille de la matrice* **A** *sous la forme d'un vecteur contenant les nombres de lignes et de colonnes, ici* $(2 \quad 3)$
`size(A,2)`	*renvoie le nombre de colonnes de la matrice* **A***, ici 3*
`det(A)`	*renvoie le déterminant de la matrice* **A**
`inv(A)`	*renvoie l'inverse de la matrice* **A**
`1:3`	*renvoie le vecteur* $(1 \quad 2 \quad 3)$
`for i=1:3, disp(A(1,i)) end`	*affiche les éléments successifs de la 1ère ligne de la matrice* **A**

```
for i=1:3,
   disp(A(1,i))
end
```

Mise en œuvre du test des rapports des déterminants instrumentaux

Consider N measures: $u(i)$ and $y(i)$, $i = 1, \ldots N$.

Order determination by means of QID test

The **quotient of instrumental determinants** (QID) is defined by

$$QID(i) = \frac{|Q_i|}{|Q_{i+1}|}$$

Procedure

For $i = 1, \ldots, M$ (with n supposed to be less than M)

- Build information matrices Q_i and Q_{i+1},
- Evaluate quotient of instrumental determinants $QID(i)$.

The order of the system is the value of i for which the absolute value of quotient $QID(i)$ increases suddenly for the first time.

Pseudo-algorithme

Charger dans Scilab les données expérimentales ($u(i)$ et $y(i)$ pour $i = 1\ , 2, \dots , N$)

Déterminer N le nombre de mesures

Construire Q_1

$i = 1, Q_i = Q_1$

Répéter (jusqu'à un indice M l'ordre maximal escompté pour le système)

Construire Q_{i+1}

Calculer et afficher la valeur absolue de $RDI(i) = \frac{|Q_i|}{|Q_{i+1}|}$..

$i = i + 1, Q_i = Q_{i+1}$

Fin répéter

Construction de la matrice Q_i

$$Q_i = \frac{1}{N}\sum_{k=i}^{N-i} \underbrace{\begin{pmatrix} \boxed{u(k)} \\ \boxed{u(k+1)} \\ \boxed{u(k-1)} \\ \boxed{u(k+2)} \\ \vdots \\ \boxed{u(k-i+1)} \\ \boxed{u(k+i)} \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} \boxed{y(k+1)} & \boxed{u(k+1)} & \dots & \boxed{y(k+i)} & \boxed{u(k+i)} \end{pmatrix}}_{B}.$$

Déclarer une matrice Q_i remplie de 0 de dimension $2i \times 2i$

<u>Pour</u> $k = i, i+1, \dots, N-i$

Déclarer un vecteur A rempli de 0 de dimension $2i \times 1$

Déclarer un vecteur B rempli de 0 de dimension $1 \times 2i$

<u>Pour</u> $j = 1,2, \dots, i$

Affecter à $A(2j-1,1)$ la valeur $u(k-j+1)$ // indices impairs

Affecter à $A(2j,1)$ la valeur $u(k+j)$ // indices pairs

Affecter à $B(1,2j-1)$ la valeur $y(k+j)$ // indices impairs

Affecter à $B(1,2j)$ la valeur $u(k+j)$ // indices pairs

<u>FinPour</u>

$Q_i = Q_i + A \times B$

<u>FinPour</u>

$$Q_i = \frac{Q_i}{N}$$

Mise en œuvre des moindres carrés ordinaires

1) Pour N mesures et une valeur de n retenue à l'issue de la caractérisation, on construit les matrices

$$\underbrace{\begin{pmatrix} y(n+1) \\ y(n+2) \\ \vdots \\ \vdots \\ y(N) \end{pmatrix}}_{Y} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} -y(1) & \dots & -y(n) & u(1) & \dots & u(n+1) \\ -y(2) & \dots & -y(n+1) & u(2) & \dots & u(n+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(N-n) & \dots & -y(N-1) & u(N-n) & \dots & u(N) \end{pmatrix}}_{\Phi} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ b_0 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}}_{\theta} -$$

2) On réduit éventuellement Φ en supprimant les colonnes correspondant aux coefficients qui doivent être nuls en comparant avec l'équations aux différences

$$y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + \cdots + a_0 y(k) = b_n u(k+n) + \cdots + b_0 u(k)$$

Ou pour n=2 : $y(k+2) + a_1 y(k+1) + a_0 y(k) = b_2 u(k+2) + b_1 u(k+1) + b_0 u(k)$

Dans notre exemple :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_0 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2) \; .$$

Ou $y(k'+2) + a_1 y(k'+1) + a_0 y(k') = b_1 u(k'+1) + b_0 u(k')$

3) On estime les paramètres optimaux selon la méthode des carrés ordinaires à partir de :

$$\hat{\theta} = \left({\Phi_r}^T \Phi_r\right)^{-1} {\Phi_r}^T Y.$$

4) On évalue le critère $J(\hat{\theta})$ pour valider ou invalider l'identification réalisée

Pseudo-algorithme

Charger dans Scilab les données expérimentales ($u(i)$ et $y(i)$ pour $i = 1, 2, \ldots, N$)

Déterminer N le nombre de mesures

Fixer la valeur de n (établie lors de la caractérisation)

Construire Φ et Y

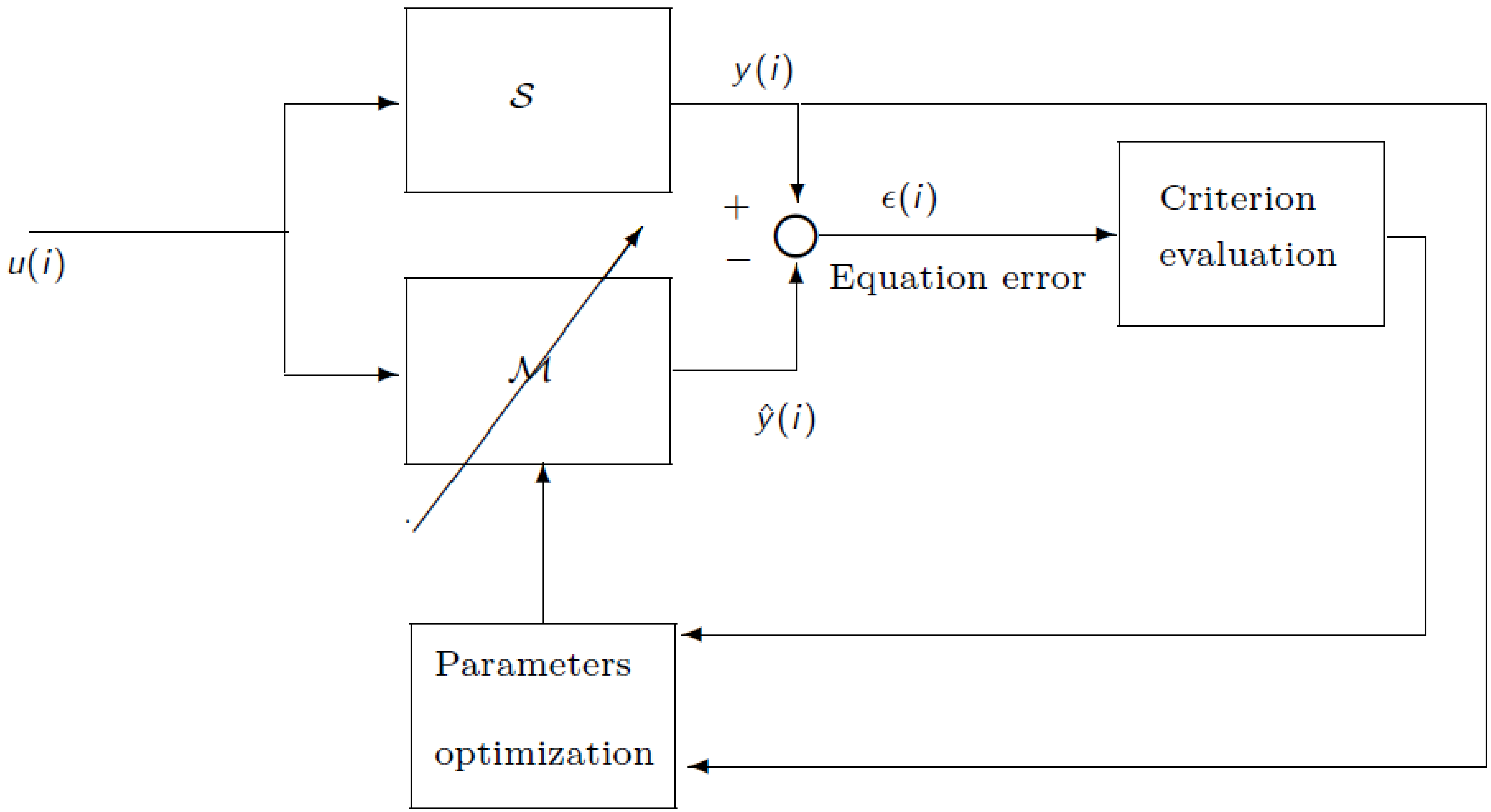
Réduire éventuellement Φ pour obtenir Φ_r

Evaluer $\hat{\theta} = \left({\Phi_r}^T \Phi_r\right)^{-1} {\Phi_r}^T Y$

Evaluer $J\left(\hat{\theta}\right)$

Moindres carrés récursifs

A chaque nouvelle mesure de la sortie $y(j+1)$ la méthode des moindres carrés récursifs permet d'actualiser l'estimation des paramètres $\hat{\theta}_{j+1}$ à partir de $y(j+1)$ et de l'estimation réalisée avec la mesure précédente $\hat{\theta}_j$



Mise en œuvre des moindres carrés récursifs

Pour chaque nouvelle mesure de la sortie (notée $y(j+1)$) :

$$P_{j+1} = \frac{P_j - P_j\varphi^\top(j+1)\left[\varphi(j+1)P_j\varphi^\top(j+1)+\lambda\right]^{-1}\varphi(j+1)P_j}{\lambda}$$

$$\hat{\theta}_{j+1} = \hat{\theta}_j + P_{j+1}\varphi^\top(j+1)\left[y(j+1)-\varphi(j+1)\hat{\theta}_j\right]$$

Où

- $\varphi(j+1) = (-y(j+1-n) \quad \dots \quad -y(j) \quad u(j+1-n) \quad \dots \quad u(j+1))$ va être remplacée par sa version réduite
- $P_1 = P_2 = \cdots = P_{n-1} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 \end{pmatrix}$ est de la dimension de φ réduite et α est un paramètre de réglage de la méthode
- λ est le deuxième paramètre de réglage de la méthode

Pseudo-algorithme

Charger dans Scilab les données expérimentales ($u(i)$ et $y(i)$ pour $i = 1, 2, \dots, N$)

Déterminer N le nombre de mesures

Fixer la valeur de n

Initialiser $P_j = P_{n-1} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 \end{pmatrix}$ et $\hat{\theta}_j = \hat{\theta}_{n-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

<u>Pour</u> $j = n, n+1, \dots, N-1$

Construire $\varphi_r(j+1)$

Calculer P_{j+1}

Evaluer et afficher (ou sauvegarder) $\hat{\theta}_{j+1}$

<u>FinPour</u>