Exercice 1 :

Un composant avec une durée de vie T a un taux de défaillance constant

$$z(t) = \lambda = 2.5 \cdot 10^{-5} h^{-1}$$

(a) Déterminez la probabilité que le composant fonctionne sur une période de 2 mois sans aucune défaillance.
(b) Trouvez le MTTF du composant
(c) Trouvez la probabilité que le composant fonctionne jusqu'à son MTTF

Exercice 2 :

Une machine avec un taux de défaillance λ constant devra fonctionner pendant 100 heures sans défaillance avec une probabilité de 0.5.

a) Déterminez le taux de défaillance λ
b) Trouvez la probabilité que la machine fonctionne pendant 500 heures sans défaillance
c) Déterminez la probabilité que la machine tombe en panne sur un intervalle de 1000 heures, quand vous savez que cette machine a déjà fonctionné pendant 500 heures.

Exercice 3:

Une vanne de sécurité est supposée avoir un taux de défaillance constant par rapport à l'ensemble des modes de défaillance. Une étude a montré que le MTTF global de la vanne est de 2450 jours. La vanne de sécurité fonctionne en mode continu et les modes de défaillance sont supposés indépendamment les uns des autres.

(a) Déterminez le taux de défaillance total de la vanne de sécurité
(b) Déterminez la probabilité de non panne de la vanne sur une durée de 3 mois
(c) Seules 45% des défaillances sont supposées critiques. Déterminez le temps moyen jusqu'à une défaillance critique, $MTTF_{crit}$.

Exercice 4 :

Notons T_1 et T_2 2 durées de vie indépendantes avec respectivement des taux de défaillance constants λ_1 et λ_2 avec $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

(a) Si $T = T_1 + T_2$, montrez que la fonction de fiabilité de T est

$$R(t) = Pr(T > t) = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}\right)$$

et déterminez la fonction du taux de défaillance correspondante $z(t)$
(b) Si $T = \min(T_1, T_2)$, déterminez la fonction de fiabilité et le taux de défaillance associé

(c) Mêmes questions si $T = \max(T_1, T_2)$.

Exercice 5 :

On considère un système présentant 2 modes de défaillance supposés indépendants. Soient respectivement T_1 et T_2 les durées de vie associées ayant comme fonction de taux de défaillance $z_1(t)$ et $z_2(t)$. Seul le mode 1 est critique. Quelle est la probabilité que la défaillance soit critique sachant le système défaillant ?

Exercice 6 :

On considère qu'un système soit exposé à 3 mécanismes de défaillance. Un stress aléatoire peut arriver et causera une défaillance critique (C). Le composant est par ailleurs soumis à une dégradation qui pourra entrainer une défaillance dégradée (D). Dans le mode dégradé, un nouveau mécanisme de défaillance peut entrainer une défaillance dégradée critique (DC). Le stress aléatoire arrive indépendamment de l'état du composant.
On note respectivement λ_C , λ_D et λ_{DC} les taux d'occurrence constants des événements T_C, T_D et T_{DC} .

(a) Déterminer le graphe des transitions d'état (Graphe de Markov) depuis l'état de bon fonctionnement O.
(b) Définir la durée de vie du système T et donner sa fonction de fiabilité.
(c) En déduire son taux de défaillance et son MTTF.
(d) Quel est le mode de défaillance dominant si $\lambda_C = 0.5 \cdot 10^{-5} h^{-1}$, $\lambda_D = 1 \cdot 10^{-5} h^{-1}$ et $\lambda_{DC} = 3 \cdot 10^{-5} h^{-1}$?

Exercice 7 :

La fonction de taux de défaillance d'un composant est $z(t) = t^{\frac{1}{2}}$. Déterminez :

(a) la densité de probabilité f(t)
(b) la fonction de fiabilité R(t)
(c) le temps moyen avant défaillance
(d) la variance du temps avant défaillance T, var(T).

Exercice 8 :

Le temps moyen de défaillance d'une soupape de décompression est estimé à 7706 heures. La spécification de fiabilité de la soupape en_phase de conception est que la soupape doit fonctionner sur une période de 6 mois (t = 4380 heures) sans connaître de défaillance avec une probabilité de 0.7.

(a) Sous des hypothèses de taux constant, cette soupape vérifie-t-elle la spécification de fiabilité?

(b) Une expertise approfondie montre que la soupape est en fait soumise à des effets de vieillissement qui entraine la défaillance. L'analyse de données montre alors qu'on peut approcher la loi de durée de vie de la soupape par une distribution de Weibull avec le paramètre de forme α = 2.25 et le paramètre d'échelle λ = 1.15e – 4/heure. Vérifie-t-on la spécification de fiabilité sous cette hyppothèse? On fera attention ici à l'utilisation de la loi de Weibull pour un paramètre d'échelle donné en h^{-1}. Dans le cours, ce paramètre d'échelle est donné en heures.

(c) La contrainte de sécurité de cette soupape impose une inspection du système tous les 3 mois pour respecter une probabilité de non-panne de 0.5 sur cet intervalle. Au bout de combien d'inspections, l'exploitant doit-il changer la soupape?

Exercice 9 :

On considère une série de n composants. Les durées de fonctionnement $T_1, T_2, \dots, T_n$ des n composants sont supposées indépendantes et de distribution de Weibull de paramètres respectifs α et λ_i suivante:

$$F_i(t) = 1 - e^{-(\lambda_i t)^\alpha}$$

On rappelle que la défaillance d'un seul composant d'un système en série entraîne la défaillance de tout le système.

(a) Exprimez la date de défaillance du système en fonction des dates de défaillance de chacun de ses composants.
(b) Exprimer la fonction de fiabilité du système.
(c) Qu'en déduisez-vous?

Exercice 10 :

On suppose que la durée de réparation d'un composant est distribuée suivant une loi log-normale de paramètres μ et σ^2.

(a) Déterminez les fonctions de fiabilité et du taux de réparation du composant en fonction de la distribution normale standardisée.
(b) Exprimez le MTTF et le mode de la distribution en fonction du temps médian de réparation.

Exercice 11 :

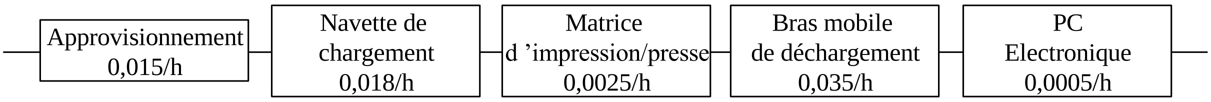
Dans nombre de situations, le taux de défaillance λ supposé constant peut varier d'un composant à un autre. Dans les études de sûreté des réacteurs (NREG-75/014), la variation (incertitude) sur λ est modélisée par une Lognormale; c'est-à-dire que la taux de défaillance λ est lui-même considéré comme une variable aléatoire Λ avec une distribution lognormale.
Ce standard définit un intervalle de confiance à 90% en fonction du taux médian λ_m.

(a) Exprimez les bornes inférieure λ_L et supérieure λ_U de l'intervalle symétrique de confiance à $1-\alpha$ en fonction de t_m.

(b) On note $k_{\frac{\alpha}{2}} = e^{\sigma\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$ le facteur d'erreur à $1-\alpha$. Quel est l'intervalle de confiance à 90% pour $\lambda_m = 6.0 \cdot 10^{-5}$ défaillance par heure et $k_{0.05} = 3$? Quel est alors le taux moyen de défaillance par heure $E(\Lambda)$?

<u>Exercice 12 :</u>

Le fonctionnement typique d'une presse d'imprimerie est schématisé par :



Les taux de défaillances sont indiqués pour chacun des sous-systèmes majeurs.

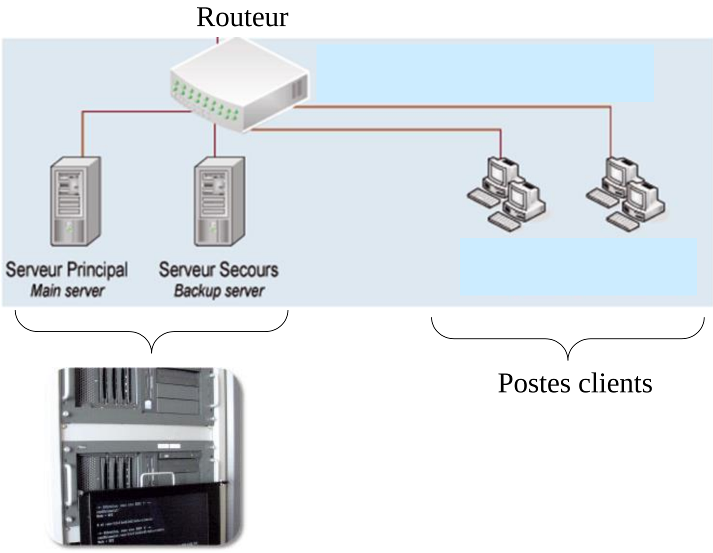
(a) Estimer le taux de défaillance du système et le MTTF.

(b) Estimer les chances de ne pas avoir de défaillances sur une équipe (une équipe travaille 8 heures).

<u>Exercice 13 :</u>

Les exigences actuelles de fiabilité des serveurs nécessitent de recourir à des architectures redondées. La redondance consiste à mettre en parallèle plusieurs serveurs remplissant les mêmes fonctions (duplication instantanée des informations). Ainsi, il est possible de remplir le service en présence de défaillances de certains serveurs (tant qu'un serveur est fonctionnel).

Considérons la configuration suivante :

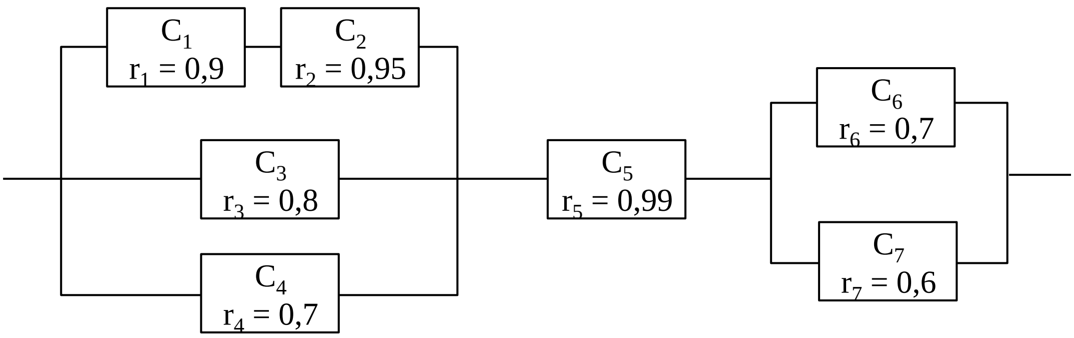


Serveur à
architecture redondée

Question : Déterminer la fiabilité du système $R_s(t)$ et le MTTF associé.

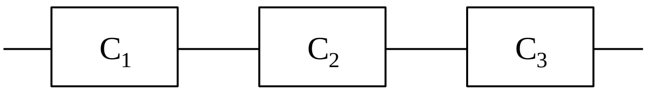
Exercice 14 :

Calculer la fiabilité du système représenté par le diagramme de fiabilité suivant :



Exercice 15 :

Le diagramme de fiabilité d'un système matériel se réduit à 3 composants en série qui ont sensiblement le même coût.



A t = 10 h, les fiabilités des composants C_1, C_2 et C_3 sont :

$r_1 = 0,8$ $r_2 = 0,9$ $r_3 = 0,95$

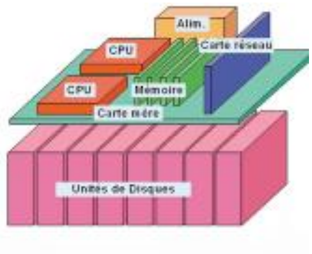
(a) Sachant que les taux de défaillances λ_i sont constants, établir les expressions littérales de $r_1(t)$, $r_2(t)$ et $r_3(t)$. En déduire les valeurs numériques des taux de défaillance.
(b) Déterminer la fiabilité du système $R_s(t)$ et le MTTF associé.

(c) On souhaite que le système matériel ait une fiabilité supérieure à 0,9. Quelles sont les redondances actives que l'on doit mettre en place pour atteindre cet objectif.
(d) En déduire le MTTF du système redondé.

Exercice 16 :

On souhaite étudier une technologie de serveur à forte disponibilité.

Elle utilise principalement la solution de la redondance massive. La figure suivante présente une première configuration où l'alimentation et la CPU sont redondées.



Evaluation de la disponibilité d'un serveur		
Composant	λ	MTTR
Carte Mère	6,25.e-6	14h
CPU	5,71.e-7	10h
Alimentation	1,00.e-5	11h
Disque dur	2,00.e-6	16h
Mémoire (256Ko)	7,99.e-7	10h
Carte réseau	1,00.e-6	10h

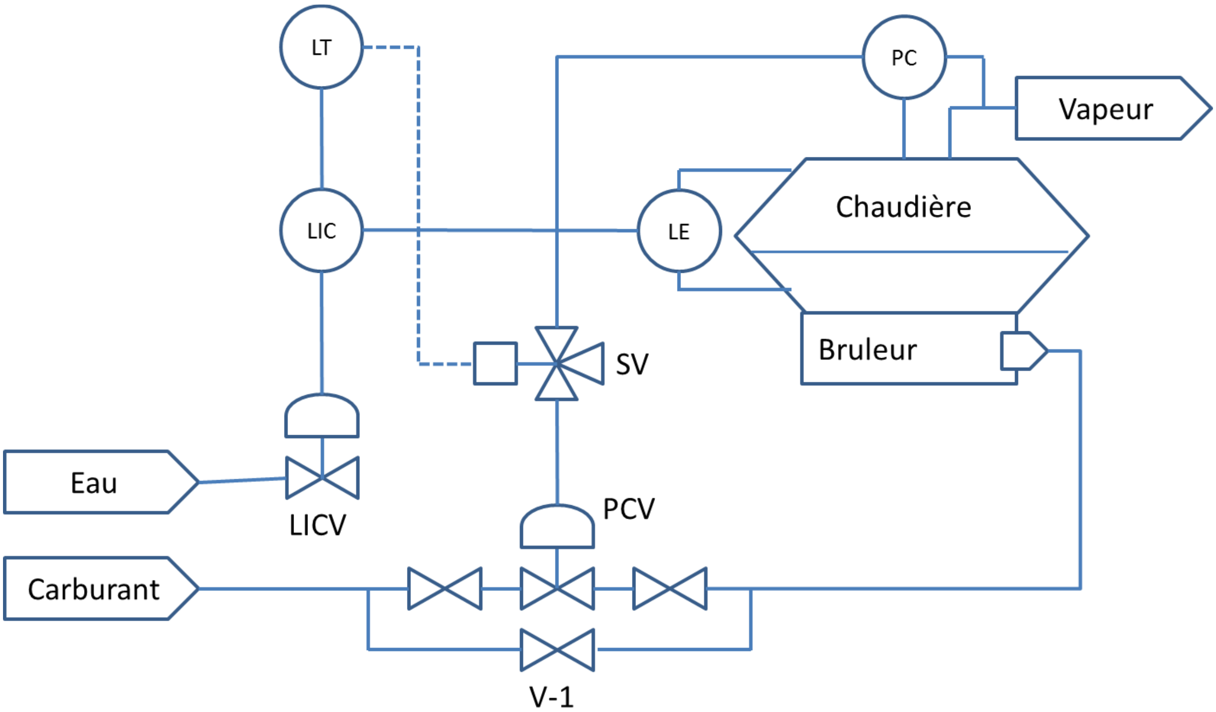
(a) Estimer la fiabilité et la disponibilité de cette configuration pour un 1 an de fonctionnement.
(b) Estimer le coût moyen lié à la perte du serveur sachant qu'une seconde d'indisponibilité représente un coût de 150 M€.

Exercice 17 :

La figure suivante représente le fonctionnement d'une chaudière à vapeur qui fournit de la vapeur à un système de production électrique à pression constante. L'eau est acheminée à la chaudière par une canalisation avec une soupape réglante, une soupape de contrôle de l'indicateur de pression (LICV). Le carburant est acheminé vers la chambre de combustion grâce à une canalisation aussi régulée par une soupape, une soupape de contrôle de pression (PCV). La soupape PCV est installée en parallèle avec une soupape de dérivation V-1 et deux autres vannes permettant d'isoler la vanne PCV en cas d'inspection et de maintenance en utilisation normale.
Le niveau d'eau dans la chaudière est surveillé par un émetteur de niveau (LE). Le niveau d'eau est maintenu dans un intervalle défini par des niveaux spécifiés *bas* et *haut* grâce à un circuit de contrôle pneumatique connecté à la soupape de régulation d'eau LICV. Le

contrôleur de niveau (LIC) traduit le signal pneumatique de LE en un signal pneumatique pour piloter la soupape LCIV.
C'est très important que le niveau d'eau ne dépasse pas le niveau *bas*. Quand le niveau devient proche de ce niveau *bas*, un signal pneumatique est envoyé vers le contrôleur d'indicateur de niveau (LIC) au détecteur de niveau (LT). Le LT change le signal pneumatique en signal électrique qui est envoyé à la vanne solénoïde (SV). La vanne solénoïde contrôle une nouvelle fois la vanne PCV sur la conduite d'entrée du carburant. Ce circuit est ainsi installé pour couper l'arrivée de carburant au cas où le niveau d'eau devient inférieur au niveau *bas*.

La pression dans la chaudière et dans la conduite de sortie de la vapeur est surveillée par un contrôleur de vapeur (PC) qui est connecté à la vanne solénoïde (SV), et ainsi sur la soupape PCV sur la canalisation d'entrée du carburant. Ce circuit est installé pour couper l'alimentation en carburant au cas où la pression dans la chaudière dépasse la pression spécifiée *haut*.



Une situation *critique* est lorsque la chaudière bout à sec. Dans un tel cas, la pression augmente très vite dans le système pouvant alors amener son explosion.

(a) Construire le diagramme de fiabilité liée à la situation critique ci-dessus en spécifiant les hypothèses et les limites du problème.
(b) Etablir la fonction de structure de cette installation.
(c) Donner l'expression de la probabilité d'occurrence de la situation critique sur un horizon de temps donné, τ sachant des taux de défaillance constants pour chacun des sous-systèmes.
(d) On définit une stratégie d'inspection qui consiste à vérifier périodiquement et remettre à neuf l'ensemble des sous-systèmes. On définit la disponibilité moyenne du système sur l'intervalle d'inspection de longueur τ sachant un niveau d'eau trop bas par la formule suivante