

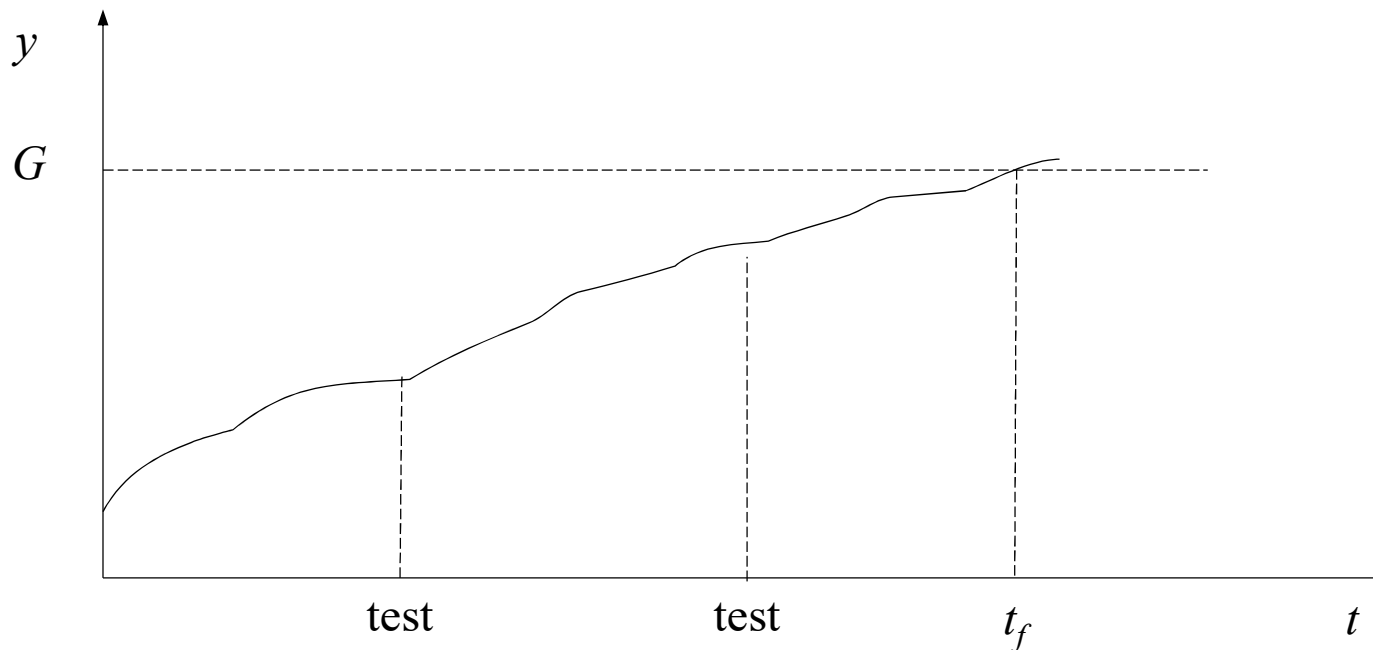


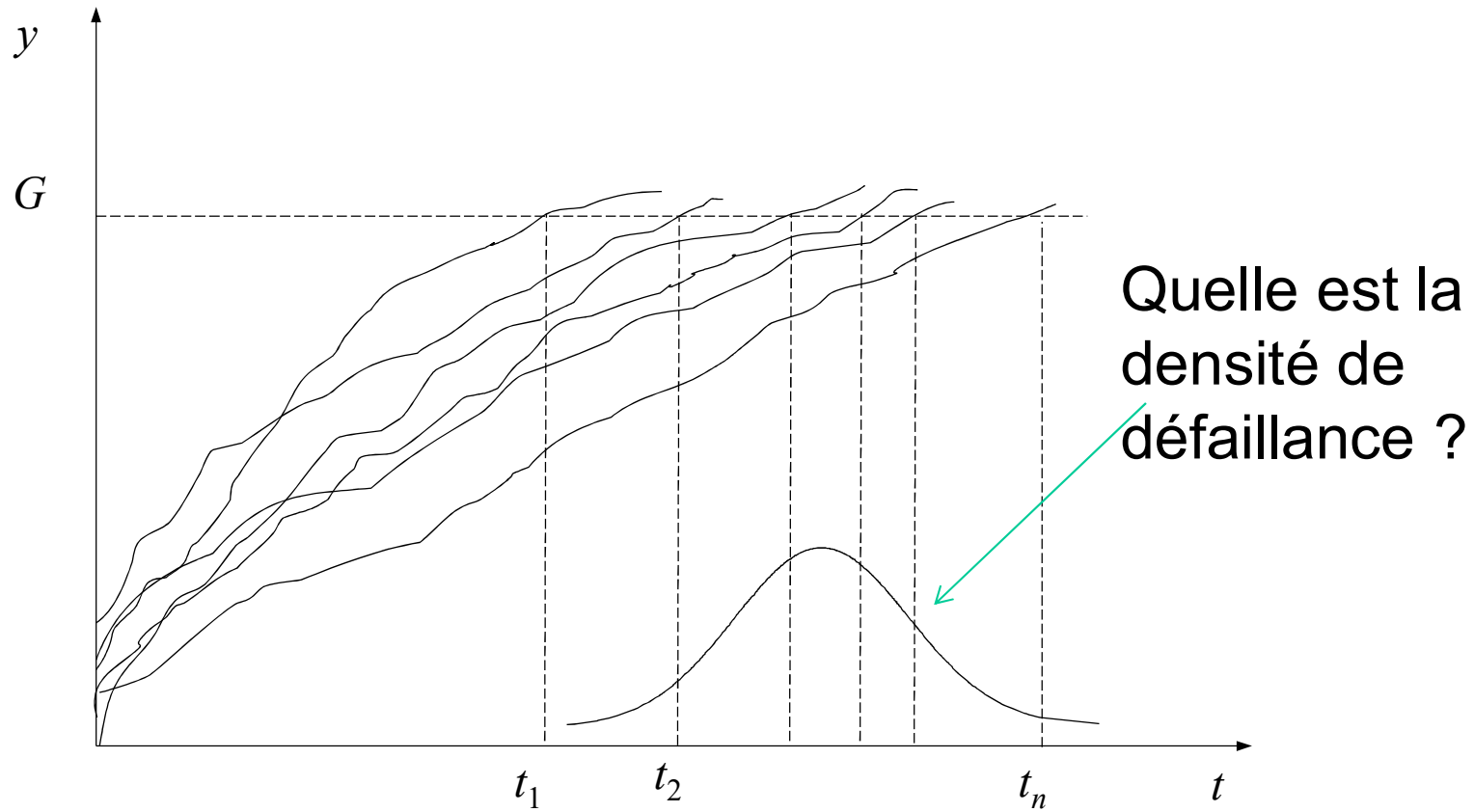
# ESTIMATION DES DURÉES DE VIE PAR MESURES DE DÉGRADATION

1. Objectifs
2. Principe d'analyse
3. Application de la méthode sur le modèle linéaire
4. Exemple sur données d'usure de pneus



1. Évaluer la fiabilité de systèmes par l'étude d'une variable caractéristique du mécanisme de défaillance
2. Étudier les produits soumis à des dérives de performance







1. Un échantillon de produits ( $i=1, \dots, n$ ) est testé et périodiquement la dégradation  $y_{ij}$  ( $j=1, \dots, m_i$ ) est mesurée.

2. La défaillance est déclarée lorsque la dégradation dépasse un seuil critique  $G$ .

3. Chaque processus de dégradation est modélisé par un des modèles suivants :

- $y(t) = g(t; b_1, b_2) = b_1 + b_2 t$
- $y(t) = a e^{bx}$  ou  $\ln(y(t)) = \ln(a) + bt$
- $y(t) = a b^x$  ou  $\ln(y(t)) = \ln(a) + \ln(b) t$
- $y(t) = a + b \ln(t)$

4. La distribution des pseudo durées de vie ( $t = \{t_1, \dots, t_n\}$ ) est caractérisée à partir des temps de franchissement du seuil critique  $G$  estimés à l'aide des modèles précédents ( $t_i = g^{-1}(G ; \beta_1, \beta_2)$ )





Considérons le modèle de dégradation  $y(t) = \beta_1 + \beta_2 t$ .

## 1 Méthode par approximation :

- Pour chaque produit  $i$  les paramètres de modèle sont estimés. On obtient 2 vecteurs de paramètres :

$$\hat{\beta}_1 = \{ \hat{\beta}_{11}, \dots, \hat{\beta}_{1n} \}$$

$$\hat{\beta}_2 = \{ \hat{\beta}_{21}, \dots, \hat{\beta}_{2n} \}$$

- Pour chaque produit  $i$  le pseudo temps de défaillance  $t_i$  est estimé par :

$$\hat{t}_i = \frac{G - \hat{\beta}_{1i}}{\hat{\beta}_{2i}}$$

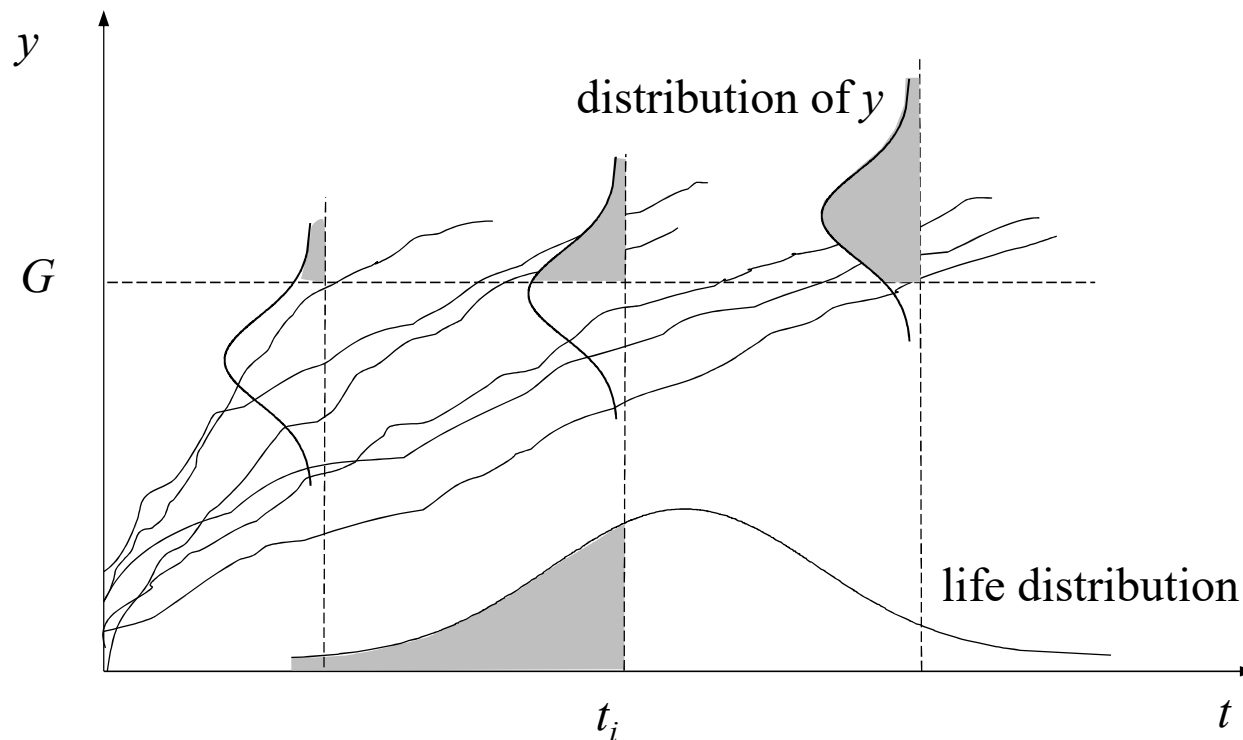
- Pour finir, une analyse de fiabilité classique des temps de défaillance est réalisée (en considérant les distributions de Weibull ou logNormale).



## ② Méthode analytique :

- Correspondance entre dégradation et temps de défaillance :

Master ISMP - Castanier



- A l'instant  $t=0$ , on a

$$y(0) = \beta_1 \quad (\text{le défaut initial})$$

Ainsi  $\beta_2$  représente la vitesse de dégradation et peut être défini par une loi de Weibull ou logNormale (le choix peut se faire à l'aide de l'analyse par approximation).

**Cas 1 :**  $\beta_2 \sim \text{Weibull}(\alpha, \eta)$

La distribution des pseudo temps de défaillance est donnée par :

$$F(t) = \text{prob} \left( \frac{G - \beta_1}{\beta_2} \leq t \right) = \text{prob} \left( \beta_2 \geq \frac{G - \beta_1}{t} \right) = e^{-\left( \frac{G - \beta_1}{\eta t} \right)^\alpha}$$

**Cas 2** :  $\beta_2 \sim \text{logNormale}(\mu, \sigma)$

La distribution des pseudo temps de défaillance est donnée par :

$$F(t) = \text{prob}\left(\frac{G - \beta_1}{\beta_2} \leq t\right) = \text{prob}\left(\beta_2 \geq \frac{G - \beta_1}{t}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(G - \beta_1) - \ln(t) - \mu}{\sigma}\right)$$



## Usure de 7 pneus

km	a	b	c	d	e	f	g
5000	6,1	5,9	5,9	6,1	6,3	5,7	6
10000	5	5,1	5	5	5,3	5	4,8
15000	4	4,3	4,05	4,1	4,2	3,9	3,7
20000	3,2	3,3	3,5	3,4	3,5	3,2	3,2
25000	2,8	2,9	2,9	2,8	2,5	2,6	2,9
30000	2,2	2,4	2,4	2,3	2,1	2	2,2

Question : Déterminer les paramètres de la durée de vie en supposant une loi de dégradation linéaire et une loi de Weibull pour la distribution. On considère une défaillance dès que l'épaisseur mesurée vaut 1 mm.